**4.7 משפט**

קיים כך ש- אידמפוטנטי.

ז"א תקיים:

*הוכחה:*

*יהי .*

*נגדיר*

*נתבונן באוסף*

ברור כי . ולכן אינה ריקה.

יהי שרשרת, נוכיח כי () חסם תחתון עבור ז"א לכל .

נעיר כי מקיימת את תנאי תכונת החיתוך הסופי(1.6) בגלל ש הינה בעלת יחס סדר מלא.

היות ו הינה קומפקטית, (1.8)הינה קבוצה לא ריקה וסגורה.

נוכיח כי קיים חסם תחתון M ל

יהיו כך ש

היות וC שרשרת נוכל להניח ללא הגבלת כלליות כי

*ותהאנה וברור כי ובגלל ש* הרי שמתקיים

.

ולכן קיבלנו כי לכל ש סגורה מתקיים גם ולכן

ומתקיים לכל *.*

*ולכן קיבלנו כי לכל שרשרת על הינה חסומה מלרע.*

*ולכן לפי הלמה צורן(Zorn's Lemma)(מופעל על עם יחס הסדר "בצורה הפוכה" ) קיים לחסם תחתון ז"א קיים כך שלכל מתקיים .*

*יהי (קיים כזה כי ולכן אינה ריקה). נוכיח כי אידמפוטנטי.*

*נראה כי*

*יהי ולכן*

*ברור כי אינה ריקה כי . בנוסף סגורה היות והיא תמונה של קבוצה סגורה על ידי התאמה רציפה (על פי טענה 4.5). ולכן*

*הרי שקיבלנו כי וגם וממינימאליות של M נקבל כי .*

ניקח אם כן שוב ונתבונן ב

נראה אם כן כי .

ברור כי כי וכי .

וכן ברור כי הינה קבוצה סגורה היות ו סגורה

וכן הינה המקור של הנקודה *על ידי התאמה רציפה (על פי טענה 4.5).*

תהאנה  *אזי*

*וכן*  ולכן .

ולכן קיבלנו כי .

ומכל האמור קיבלנו כי *.*

*אבל ומינימאליות של M נקבל כי .*

*אבל היות ונקבל כי .*

*מש"ל.*